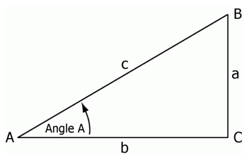
TRIGONOMETRIA

μφ GEOMETRIA

Conceptualització

La Trigonometria és una area matemàtica crucial amb un nombre d'aplicacions pràctiques inacabable i amb un marc teòric essencial per a les ciències fonamentals. Seu és el món dels angles, la periodicitat, les oscil·lacions, la triangulació, les projeccions, la mesura de longituts, la navegació... Aquí, un resum esquemàtic d'aquest món

Raons trigonomètriques sobre un Triangle Rectangle



Sigui **c** la **hipotenusa** del triangle, el costat més llarg i l'oposat a l'angle recte
Sigui **a** el **catet oposat** respecte de l'angle Â
Sigui **b** el **catet adjacent** respecte de l'angle Â

Funcions Trigonomètriques

$$\sin(\hat{A}) = \frac{a}{c} \quad \natural \quad \cos(\hat{A}) = \frac{b}{c} \quad \natural \quad \tan(\hat{A}) = \frac{a}{b}$$

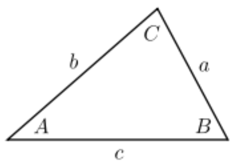
Funcions Trigonomètriques Invertides

$$\csc(\hat{A}) = \frac{c}{a} \quad \natural \quad \sec(\hat{A}) = \frac{c}{b} \quad \natural \quad \cot(\hat{A}) = \frac{b}{a}$$

Funcions Trigonomètriques Inverses

$$\hat{A} = \arcsin\left(\tfrac{a}{c}\right) \quad \natural \quad \hat{A} = \arccos\left(\tfrac{b}{c}\right) \quad \natural \quad \hat{A} = \arcsin\left(\tfrac{a}{b}\right)$$

Teoremes sobre Triangles Generals



Teorema dels Sinus

$$\frac{a}{\sin(\hat{A})} = \frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})}$$

Teorema del Cosinus

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\hat{A})$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(\hat{B})$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\hat{C})$$

Teorema de les Tangents

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan\left(\frac{\hat{A}+\hat{B}}{2}\right)}{\tan\left(\frac{\hat{A}-\hat{B}}{2}\right)}$$

Relacions Trigonomètriques Principals

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

$$\sec^2(\alpha) = 1 + \tan^2(\alpha)$$

$$\csc^2(\alpha) = 1 + \cot^2(\alpha)$$

Angle Suma

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cdot\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\cdot\sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\cdot\sin(\beta)$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan(\alpha) \pm \tan(\beta)}{1 \mp \tan(\alpha)\tan(\beta)}$$

Angle Doble

$$\sin(2\alpha) = 2\cdot\sin(\alpha)\cdot\cos(\alpha)$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2\cdot\tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)}$$

Angle Meitat

$$\sin\left(\tfrac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\tfrac{1-\cos(\alpha)}{2}}$$

$$\cos\left(\tfrac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\tfrac{1+\cos(\alpha)}{2}}$$

$$\tan\left(\tfrac{\alpha}{2}\right) = \pm\sqrt{\tfrac{1-\cos(\alpha)}{1+\cos(\alpha)}}$$

Suma de Sinus i Cosinus

$$\sin(\alpha) \pm \sin(\beta) = 2\cdot\sin\left(\tfrac{\alpha\pm\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\tfrac{\alpha\mp\beta}{2}\right)$$

$$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2\cdot\cos\left(\tfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\cos\left(\tfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2\cdot\sin\left(\tfrac{\alpha+\beta}{2}\right)\cdot\sin\left(\tfrac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

Producte de Sinus i Cosinus

$$\sin(\alpha)\cdot\sin(\beta) = \tfrac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta) = \tfrac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$\sin(\alpha)\cdot\cos(\beta) = \tfrac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right]$$

$$\cos(\alpha)\cdot\sin(\beta) = \tfrac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)\right]$$