

GEOMETRIA

AFÍ EN 2D

Conceptualització

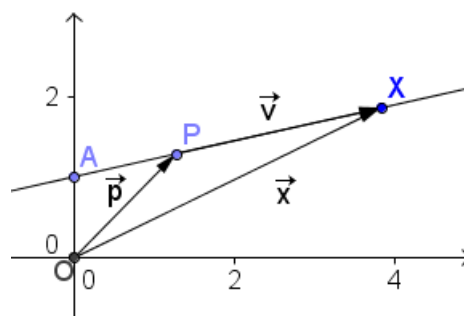
Anomenem **locus** o lloc geomètric a un conjunt de punts del pla euclidi bidimensional les coordenades dels quals estan lligades a través d'una certa relació algebraica.

Un locus en què les variables x i y es relacionen **linealment** és una **recta**. Direm que una recta és una corba algebraica de 1^{er} ordre

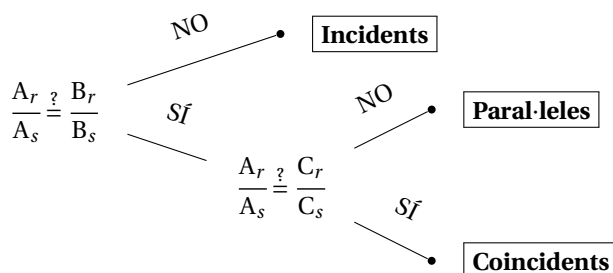
Una recta conté infinits punts i tots ells poden ser trobats a partir d'un **punt de referència** $P(a, b)$ i un **vector director** $\vec{v} = (v_x, v_y)$ que marca la direcció de la recta (la seva inclinació).

Equacions de la Recta

- EQUACIÓ VECTORIAL: $\vec{x} = P + \lambda \vec{v} \implies (x, y) = (a, b) + \lambda(v_x, v_y)$
- EQUACIONS PARAMÈTRIQUES: $x = a + \lambda \cdot v_x; y = b + \lambda \cdot v_y$
- EQUACIÓ CONTINUA: $\frac{x-a}{v_x} = \frac{y-b}{v_y}$
- EQUACIÓ GENERAL/IMPLÍCITA: $Ax + By + C = 0$
- EQUACIÓ EXPLÍCITA: $y = mx + n$
- EQUACIÓ PUNT-PENDENT: $y - b = m \cdot (x - a)$



Posicions Relatives entre 2 rectes en el pla \mathbb{R}^2



$$r: A_r x + B_r y + C_r = 0$$

$$s: A_s x + B_s y + C_s = 0$$

- INCIDENTS: Direccions diferents. Prolongades a l'infinnit, intersequen en un únic punt
- PARAL·LELES: Direccions iguals. No intersequen en cap punt. Estan separades una certa distància d
- COINCIDENTS: Direccions iguals. Intersequen en infinits punts (són una sobre l'altre)

Vectors Associats a una Recta

Donada una recta d'equació General $Ax + By + C = 0$, aleshores podem trobar directament els seus dos vectors associats a partir dels coeficients de la x i la y

- **vector director:** $\vec{v}_d = (-B, A)$
- **vector perpendicular:** $\vec{v}_\perp = (A, B)$

Angle i Punt de Tall entre Rectes Incidentes

L'**angle entre dues rectes** incidents serà l'angle entre els seus vectors directores o, també, l'angle entre els seus vectors perpendiculars:

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{v}_d^{(r)} \cdot \vec{v}_d^{(s)}}{|\vec{v}_d^{(r)}| |\vec{v}_d^{(s)}|} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{\vec{v}_\perp^{(r)} \cdot \vec{v}_\perp^{(s)}}{|\vec{v}_\perp^{(r)}| |\vec{v}_\perp^{(s)}|} \right)$$

Les **coordenades del punt de tall** es troben resolent el sistema d'equacions de les rectes

Distància entre Rectes Paral·leles

La distància entre un punt P de coordenades (a, b) i una recta d'equació $Ax + By + C = 0$ es troba amb la fórmula:

$$d = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

La distància entre dues rectes paral·leles es calcula escollint un punt qualsevol d'una de les rectes i aplicant la fórmula anterior contra l'altra recta