Camp Elèctric

μφ MECANICA

Conceptualització

La **interacció electromagnètica** és una de les 4 interaccions fonamentals de la natura. Aquesta interacció es produeix entre cossos que presentin la propietat fonamental que anomenem **càrrega elèctrica**. És una interacció d'abast infinit que pot ser repulsiva o atractiva en funció dels signes relatius de la càrrega elèctrica que tinguin els cossos que interaccionen. Per defecte, un cúmul macroscòpic de matèria sol ser elèctricament neutre tot i que sota certes condicions la matèria pot carregar-se i fins i tot conduir el corrent elèctric de forma més o menys eficient segons el tipus de material; podem distingir entre materials:

- **Conductors**: a nivell mol·lecular consten d'enllaços metàl·lics on els electrons de valència són lliures per circular al llarg del material
- **Aïllants**: a nivell mol·lecular consten d'enllaços covalents o iònics forts amb els electrons lligats rígidament
- **Semiconductors**: materials de transició que poden esdevenir conductors sota certes condicions termodinàmiques quan se'ls escalfa o aplica una certa pressió.

Com tota la mecànica moderna, la interacció electromagnètica es descriu en el marc de la teoria de camps, que estudiarem en la seva versió pre-clàssica.

Magnituds Electrostàtiques

Considerem una càrrega eleèctrica q_1. Aquesta impregna tot l'espai $\mathbb{R}^3$ al seu voltant amb dos camps, un camp vectorial que anomenem **camp elèctric** $\vec{E}_1$ i un camp escalar que anomenem **potencial elèctric** V_1. Ambdós són funcions de la **distància radial** r que ens allunya de la càrrega. Considerem ara una segona càrrega q_2. Aquesta càrrega, tan sols per ser a l'interior de la regió d'influència de la primera càrrega experimentarà una **força elèctrica** $\vec{F}_2$ i tindrà una **energia potencial elèctrica** U_2. Les 4 magnituds es relacionen de la següent manera:

$$\vec{E}_1(r) = K\frac{q_1}{r^2}\hat{r} \quad \natural \quad V_1(r) = K\frac{q_1}{r} \quad \natural \quad \underbrace{\vec{F}_2 = K\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}\hat{r}}_{\text{Llei de Coulomb}} = q_2 \cdot \vec{E}_1(r) \quad \natural \quad U_2 = K\frac{q_1 \cdot q_2}{r} = q_2 \cdot V_1(r)$$

Principi de Superposició

Quan enlloc d'una càrrega aïllada tinguem una distribució discreta de n càrregues, cadascuna d'elles crearà els seus camps independentment de les altres i, pel Principi de Superposició, el càlcul del camp o potencial elèctrics es redueix a la suma vectorial o escalar de totes les contribucions individuals de cada càrrega:

$$\vec{E}_T(r) = \sum_{i=1}^{n} K\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i \quad \natural \quad V_T(r) = \sum_{i=1}^{n} K\frac{q_i}{r_i} \quad \natural \quad \vec{F}_2 = q_2 \cdot \vec{E}_T(r) \quad \natural \quad U_2 = q_2 \cdot V_T(r)$$

Energia associada al Camp Elèctric

$$W_{i \to f} = \int_{r_i}^{r_f} \vec{F} \cdot d\vec{r} = U(r_i) - U(r_f) = -\Delta U$$ [1]

$\mathscr{S}(q_1) = \mathscr{S}(q_2)$		$\mathscr{S}(q_1) = -\mathscr{S}(q_2)$	
$r_i < r_f$	$r_i > r_f$	$r_i < r_f$	$r_i > r_f$
$W_{i \to f} > 0$	$W_{i \to f} < 0$	$W_{i \to f} < 0$	$W_{i \to f} > 0$
$U_2 \downarrow$	$U_2 \uparrow$	$U_2 \uparrow$	$U_2 \downarrow$

Quan el camp fa un treball positiu i q_2 perd energia potencial el moviment és espontani
Quan el camp fa un treball negatiu i q_2 guanya energia potencial el desplaçament s'ha de forçar des de l'exterior aportant energia doncs és un moviment contra-natural

Permitivitat Elèctrica del Medi

L'escalar de proporcionalitat K que apareix a la llei de Coulomb depen del medi en què es trobin immerses les càrregues. Pren la forma

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \quad \text{on} \quad \varepsilon = \varepsilon_o \cdot \varepsilon_r$$

ε és la **permitivitat elèctrica** del medi que sol expressar-se com el producte de la permitivitat elèctrica del buit ε_o per la permitivitat relativa del medi ε_r. En el cas del buit:

Medi	ε_r
Aire	1
Fusta	1-6
PVC	3-4
Vidre	4-6
Paper	3
Mica	5
Aigua	80

$$\varepsilon_o = 8,85 \cdot 10^{-12}\frac{C^2}{N \cdot m^2} \Longrightarrow K = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

[1] veure fitxa de mecànica newtoniana

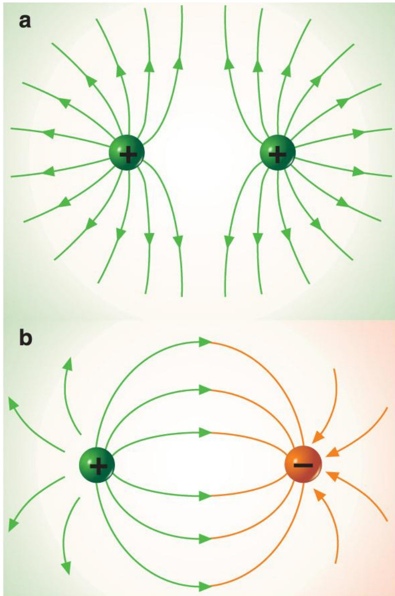
Camp Elèctric

Línies de Camp i Teorema de Gauss

Les línies de camp elèctric produïdes per una càrrega es despleguen radialment en les 3 direccions de l'espai.
En el cas d'una càrrega positiva el sentit de les línies de camp és sortint cap a fora.
En el cas d'una càrrega negativa el sentit de les línies de camp és cap a endins.
A la figura de la dreta es presenten els perfils del camp elèctric:

a.- entre dues **càrregues del mateix signe**: les línies de camp es corben asimptòticament allunyant-se unes de les altres.

b.- entre dues **càrregues de signe contrari**: les línies de camp es corben i fusionen, neixen a la càrrega positiva i moren a la càrrega negativa.



El nombre de línies de camp que travesen una certa superfície $\mathcal{S}$ representa el flux de camp elèctric Φ. Segons el teorema de Gauss (veure teorema de la divergència a la fitxa de càlcul vectorial) el flux de camp elèctric es pot relacionar amb la càrrega total Q_{int} atrapada dins de la superfície a través de l'expressió:

$$\Phi = \frac{Q_{int}}{\varepsilon} \quad \text{però també, per definició de flux,} \quad \Phi = \oint_{\mathcal{S}} \vec{\mathrm{E}} \cdot d\vec{\mathrm{S}}$$

i per tant obtenim un mètode per calcular el camp elèctric generat per qualsevol distribució contínua de càrrega

$$\boxed{\oint_{\mathcal{S}} \vec{\mathrm{E}} \cdot d\vec{\mathrm{S}} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon}}$$

Camp Elèctric creat per Distribucions Contínues de Càrrega

Esfera de radi R

$$\vec{\mathrm{E}} = \begin{cases} 0 & r < \mathrm{R} \\ \mathrm{K}\dfrac{Q}{\mathrm{R}^2}\hat{r} & r = \mathrm{R} \\ \mathrm{K}\dfrac{Q}{r^2}\hat{r} & r > \mathrm{R} \end{cases}$$

Fil Infinit

$$\vec{\mathrm{E}} = \tfrac{1}{2\pi\varepsilon} \cdot \frac{\lambda}{r}\hat{r}$$

on λ és la densitat homogènia linial de càrrega al llarg del fil

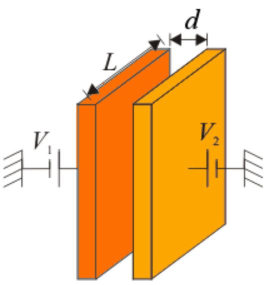
Pla Infinit

$$\vec{\mathrm{E}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon}\hat{n}$$

on σ és la densitat homogènia superficial de càrrega extesa pel pla

Condensadors

Un condensador és un dispositiu electrònic que consta de dos plans paral·lels carregats amb signes oposats, separats una distància d que generen un camp elèctric $\vec{\mathrm{E}}$ entre plaques i una diferència de potencial o voltatge $\Delta\mathrm{V}$.

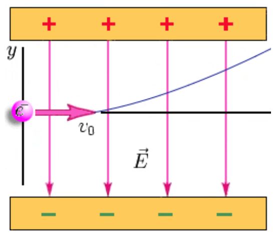


$$\vec{\mathrm{E}} = \frac{\sigma}{\varepsilon}\hat{n} \quad \natural \quad \mathrm{V}_2 - \mathrm{V}_1 = \Delta\mathrm{V} = |\vec{\mathrm{E}}| \cdot d$$

El camp va de la placa positiva a la negativa

Acceleradors i Deflectors

La mecànica d'una càrrega sotmesa a una força elèctrica depen de l'angle relatiu entre el camp i la velocitat inicial de la partícula



$$\sum \vec{\mathrm{F}} = m \cdot \vec{a} \implies q\vec{\mathrm{E}} = m\vec{a} \implies \vec{a} = \tfrac{q}{m}\vec{\mathrm{E}}$$

$$\vec{\mathrm{E}} \parallel \vec{v}_o \implies v = v_o + \tfrac{q\mathrm{E}}{m}t \quad \natural \quad x = x_o + v_o t + \tfrac{q\mathrm{E}}{2m}t^2$$

$$\vec{\mathrm{E}} \perp \vec{v}_o \implies \vec{v} = v_{ox}\vec{i} + \left(v_{oy} + \tfrac{q\mathrm{E}}{m}t\right)\vec{j}$$

$$\vec{r} = (x_o + v_{ox}t)\,\vec{i} + \left(y_o + v_{oy}t + \tfrac{q\mathrm{E}}{2m}t^2\right)\vec{j}$$