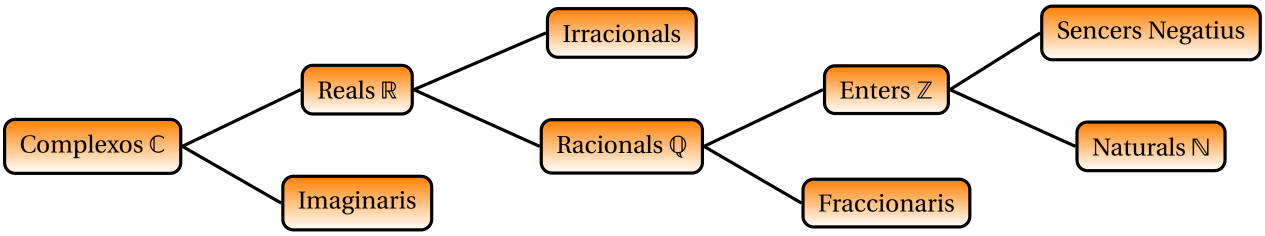
# ARITMÈTICA




## Nomenclatura d'Intervals definits sobre un conjunt numèric

**Interval Obert**, subconjunt de valors reals sense incloure les fronteres: $(a,b)=\{x\in\mathbb{R}\mid a<x<b\}$

**Interval Tancat**, subconjunt de valors reals incloent les fronteres: $[a,b]=\{x\in\mathbb{R}\mid a\le x\le b\}$

## Propietats Aritmètiques entre Potències

| | |
|---|---|
| $a^n\cdot a^m=a^{n+m}$ | $\dfrac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$ |
| $(a^m)^n=a^{m\cdot n}$ | $a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n$ |
| $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}=\left(\dfrac{b}{a}\right)^{-n}$ | $\dfrac{1}{a^n}=a^{-n}$ |

## Propietats Aritmètiques entre Radicals

| | |
|---|---|
| $\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}$ | $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$ |
| $\sqrt[n]{a}=a^{1/n}$ | $\sqrt[n]{a^m}=a^{m/n}$ |
| $\dfrac{1}{\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{a}$ | $\dfrac{1}{a\pm\sqrt{b}}=\dfrac{a\mp\sqrt{b}}{a^2-b}$ |

## Propietats Aritmètiques entre Logaritmes

Trobar el logaritme en base $a$ d'un nombre $b$ és trobar l'exponent $c$ al qual hauríem d'elevar la base $a$ per obtenir el nombre $b$: $\log_a(b)=c\Leftrightarrow a^c=b$

---

SUMA: $\log_a(\mathrm{P})+\log_a(\mathrm{Q})=\log_a(\mathrm{P}\cdot\mathrm{Q})$

RESTA: $\log_a(\mathrm{P})-\log_a(\mathrm{Q})=\log_a(\mathrm{P}/\mathrm{Q})$

BASE/UNITAT: $\log_a(a)=1$ ; $\log_a(1)=0$

POTÈNCIA: $\log_a(\mathrm{P}^n)=n\cdot\log_a(\mathrm{P})$

RADICAL: $\log_a\left(\sqrt[n]{\mathrm{P}}\right)=\frac{1}{n}\cdot\log_a(\mathrm{P})$

CANVI DE BASE: $\log_a(\mathrm{P})=\log_b(\mathrm{P})/\log_b(a)$

## Productes notables i Teorema Binomial de Newton

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2 \quad ; \quad (a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2 \quad ; \quad (a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$$

Per trobar l'expressió d'una potència arbitrària d'un binomi cal definir un parell de conceptes abans:

- Anomenem **factorial** del nombre $n$ al càlcul aritmètic: $n!=n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot 3\cdot 2\cdot 1$
- Anomenem **coeficient binomial** al càlcul combinatori: $\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$

Aleshores, el Teorema del Binomi estableix: $\forall a,b\in\mathbb{R}\wedge n\in\mathbb{N}$

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k=\binom{n}{0}a^n+\binom{n}{1}a^{n-1}b+\binom{n}{2}a^{n-2}b^2+\ldots+\binom{n}{n-1}ab^{n-1}+\binom{n}{n}b^n$$

el Teorema Generalitzat del Binomi de Newton estableix: $\forall a,b,r\in\mathbb{C}\wedge\|a/b\|<1$

$$(a+b)^r=\sum_{k=0}^{\infty}\binom{r}{k}a^{r-k}b^k \quad ; \quad \binom{r}{k}=\frac{1}{k!}\prod_{n=0}^{k-1}(r-n)=\frac{r\cdot(r-1)\cdot(r-2)\cdot\ldots\cdot(r-k+1)}{k!}$$